

## Chapitre N°0 : Ecriture des résultats d'une mesure

Une mesure est le résultat d'une estimation de la valeur  $m$  d'une grandeur  $M$  accompagnée de son incertitude-type notée  $u(M)$ .

On exprime alors les résultats d'une mesure de la manière suivante :

$$M = m \pm u(M) \text{ unité}$$

La première partie de ce cours détaillera les attendus pour la rédaction de la valeur puis une seconde partie sera consacrée au calcul et à l'écriture de l'incertitude-type.

### 1/ Écriture de la valeur

#### a/ Notation scientifique

La valeur  $m$  s'exprime souvent en notation scientifique. La notation scientifique d'un nombre est l'écriture sous la forme :  $a \times 10^n$  où  $a$  est un nombre décimal tel que  $1 \leq a < 10$  et  $n$  un entier positif ou négatif.

Exemples : Donner la notation scientifique des valeurs suivantes :

4450 = ..... ; 0,0075 = ..... ; 12,2 = .....

#### b/ Choisir le nombre de chiffres significatifs

On compte le nombre de chiffres significatifs à partir du premier entier non nul en partant de la gauche :



En écrivant cette valeur numérique sous la forme d'une écriture scientifique, on conserve le nombre de chiffres significatifs (et donc la précision de la mesure). Dans le cas ci-dessus, on aura  $0,003400 = 3,400 \times 10^{-3}$ .

Exemples : Compléter le tableau ci-dessous.

Valeur	Nombre de chiffres significatifs	Écriture scientifique
$m = 87,12 \text{ g}$		
$B = 0,00005 \text{ T}$		
$E = 2000 \text{ V.m}^{-1}$		
$c = 299,79 \cdot 10^6 \text{ m.s}^{-1}$		

Lorsque l'on effectue un calcul, on peut être amené à manipuler des valeurs avec des nombres de chiffres significatifs différents. On respectera alors les règles suivantes :

Dans le cas d'une addition ou d'une soustraction :

→ le résultat final est donné avec le même nombre de chiffres décimaux que le terme de l'opération qui en a le moins.

Dans le cas d'une multiplication ou d'une division :

→ le résultat est donné avec le même nombre de chiffres significatifs que la valeur en ayant le moins.

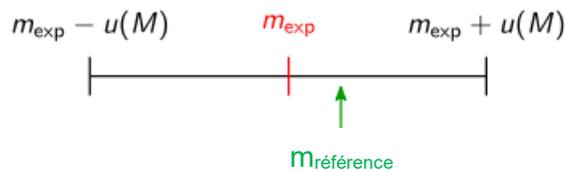
*Exemples :*

Soit deux distances :  $d_1 = 143,2 \text{ m}$  et  $d_2 = 1,83 \text{ m}$ . Donner le résultat de  $d_1 + d_2$  en écriture scientifique avec le bon nombre de chiffres significatifs.

.....  
Réaliser le produit des deux grandeurs  $d_1$  et  $d_2$  proposées précédemment et donner le résultats avec le bon nombre de chiffres significatifs.  
.....

## 2/ Calcul et écriture de l'incertitude-type

Pour prendre en compte les possibles fluctuations de la valeur, on donne toujours la valeur accompagnée de son incertitude-type. Cette incertitude-type correspond à l'intervalle des valeurs dans lequel la valeur de référence se trouve avec une bonne probabilité (95%). On pourra retenir la représentation suivante :



La valeur attendue, si elle existe ou si elle est issue de l'exploitation d'un modèle, est appelée valeur de référence. Ici, la valeur  $m_{\text{référence}}$  a environ 95% de chance de se trouver dans l'intervalle :

$$m_{\text{exp}} - u(M) \text{ et } m_{\text{exp}} + u(M).$$

Attention :

- L'incertitude-type ne s'écrit qu'avec un seul chiffre significatif et est arrondie dans tous les cas par excès.
- Le résultat de la mesure doit avoir le même nombre de chiffres après la virgule que la valeur de l'incertitude-type.

*Exemples : Entourer les résultats qui sont correctement écrits.*

$$t = 70,166 \pm 0,002 \text{ s}$$

$$U = 0,1748 \pm 0,0040 \text{ V}$$

$$d = 3,337 \times 10^3 \pm 0,002 \text{ m}$$

$$m = 12,86 \pm 0,04 \text{ g}$$

$$d = 11,000 \pm 0,06 \text{ cm}$$

$$R = 165 \pm 8 \Omega$$

### a/ Type B : incertitude sur le matériel et/ou l'expérimentateur

Si une seule mesure de la grandeur a été faite, on s'appuie sur les caractéristiques du matériel pour estimer l'incertitude-type de type B.

L'incertitude-type de type B notée  $u_B(M)$  dépend de l'instrument utilisé et de la lecture (les formules permettant de calculer ces incertitudes seront données).

**Exemples :**

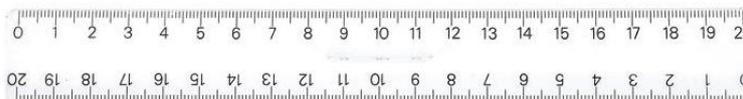
- Lorsque la mesure est obtenue par lecture sur une échelle ou un cadran, pour un niveau de confiance de 95%, l'incertitude de la mesure liée à la lecture est estimée à :

$$U_{lecture} = \frac{2 \text{ graduations}}{\sqrt{12}}$$



Dans le cas du manomètre ci-contre,  $U_{lecture} = \dots\dots\dots$

- Lorsque la mesure nécessite une double lecture, les incertitudes liées à la lecture peuvent se cumuler ou se compenser. Pour un niveau de confiance de 95%, l'incertitude liée à la double lecture est estimée à :



$$U_{double \text{ lecture}} = \sqrt{2 \left( \frac{2 \text{ graduations}}{\sqrt{12}} \right)^2}$$

Dans le cas de la règle ci-dessus,  $U_{double \text{ lecture}} = \dots\dots\dots$

**b/ Type A : incertitude sur une série de mesure**

Si on a mesuré un grand nombre de fois la même grandeur dans des conditions similaires, alors des calculs s'appuyant sur des notions de statistiques permettent d'évaluer une incertitude-type de type A.

L'approche statistique choisie est la suivante :

- La valeur retenue par l'expérimentateur est la moyenne des N valeurs, notée  $\bar{m}$  ;
- L'incertitude-type de la moyenne, notée  $u_A(M)$  où  $u_A$  correspond à l'écart-type expérimental  $\sigma_{n-1}$  divisé par N :  $u_A(M) = \sigma_{n-1} / \sqrt{N}$

Méthode : Calculer une incertitude-type de type A

- On commence par calculer la moyenne de la série de mesures ;
- On calcule l'écart-type  $\sigma_{n-1}$  avec la calculatrice (sur TI83, on prend  $S_x$ ) ou un tableur (sur Excel, on utilise la fonction ECARTYPE) ;
- On divise l'écart-type  $\sigma_{n-1}$  par la racine carrée du nombre de valeurs N pour obtenir l'incertitude sur la moyenne  $u(M)$ ;
- On écrit le résultat sous la forme  $\bar{m} \pm u(M)$

*Exemples : On réalise plusieurs fois le dosage des ions  $Mg^{2+}$  et on obtient, après calculs, les valeurs suivantes :*

Expérience	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$V_e$ (mL)	8.3	8.1	8.2	7.4	7.9	8.1	8.2	7.7	7.6	8.1
$C$ (mmol · L <sup>-1</sup> )	4.2	4.1	4.1	3.7	4.0	4.1	4.1	3.9	3.8	4.1

*Indiquer convenablement le résultat de la mesure de la concentration en ions  $Mg^{2+}$  avec son incertitude-type.*

.....  
 .....

**3/ Que faire quand il y a plusieurs sources d'incertitudes ?**

Souvent l'estimation d'une grandeur M découle de la mesure de plusieurs variables (x, y, z...). On écrira alors M comme une fonction de ces variables :  $M = f(x, y, z...)$ . Chacune de ces variables constitue une source de fluctuation à laquelle on associe une incertitude-type. Il faut donc en prendre compte, on utilise pour cela la formule de propagation de l'incertitude. On distinguera plusieurs cas.

Pour chaque cas, il vous faudra exploiter l'une des relations suivantes (à ne pas apprendre donc...) :

Forme de la relation	Incertitude-type
$M = a + b$ ou $M = a - b$	$u(M)^2 = u(a)^2 + u(b)^2$
$M = \lambda \times a$ ( $\lambda$ constante)	$u(M) =  \lambda  \times u(a)$
$M = a \times b$ ou $M = \frac{a}{b}$	$\left(\frac{u(M)}{M}\right)^2 = \left(\frac{u(a)}{a}\right)^2 + \left(\frac{u(b)}{b}\right)^2$
$M = \lambda a + \mu b$ ( $\lambda$ et $\mu$ constantes)	$u(M)^2 = \lambda^2 \times u(a)^2 + \mu^2 \times u(b)^2$
$M = \lambda a^n b^m$	$\left(\frac{u(M)}{M}\right)^2 = n^2 \left(\frac{u(a)}{a}\right)^2 + m^2 \left(\frac{u(b)}{b}\right)^2$

Exemple :

- On détermine la résistance d'un conducteur ohmique en mesurant la tension  $U$  à ses bornes et l'intensité  $I$  le traversant puis en utilisant la loi d'Ohm :  $R = U / I$ . Sachant que  $U = 19,8 \pm 0,3$  V et  $I = 0,120 \pm 0,005$  A, indiquer la valeur de  $R$  ainsi que son incertitude-type  $u(R)$ .

.....

.....

.....

.....

=

JE DOIS SAVOIR :

- Procéder à l'évaluation d'une incertitude-type par une approche statistique (type A).
- Procéder à l'évaluation d'une incertitude-type associée à une mesure unique en exploitant une relation fournie.
- Comparer le poids des différentes sources d'erreur, à partir de l'incertitude-type associée à chacune d'elles.
- Faire des propositions pour améliorer un protocole de mesure.
- Évaluer le nombre d'incertitudes-types séparant le résultat d'une mesure de la valeur de référence.
- Discuter selon le contexte de la validité d'un résultat de mesure en fonction du nombre d'incertitudes-types le séparant d'une valeur de référence.
- Maîtriser l'usage des chiffres significatifs et l'écriture scientifique pour écrire un résultat avec l'incertitude associée et l'unité correspondante.
- Arrondir un résultat d'une mesure en cohérence avec l'incertitude associée.

